

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA

DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - 2025

06 de setembro de 2025

Nível 1 (6º e 7º anos do ensino fundamental)

Problemas da parte A.

1. Os números naturais são escritos em colunas conforme o padrão abaixo:

O	M	E	R	J
1		2		3
	5		4	
6		7		8
	10		9	
:	:	:	:	:

O número 2025 aparece na coluna associada a qual letra?

2. Laura está tentando descobrir uma senha de 3 dígitos distintos. Ela fez 5 tentativas e, para cada tentativa, recebeu dicas dos seus pais (que sabem a senha!). As tentativas e as dicas foram essas:

			Dica
5	8	2	Exatamente um número está correto e está na posição correta.
5	1	4	Exatamente um número está correto, mas na posição errada
2	6	5	Exatamente dois números estão corretos, ambos estão em posições erradas
7	3	8	Nenhum número está correto
7	8	6	Exatamente um número está correto, mas na posição errada

Qual é a senha?

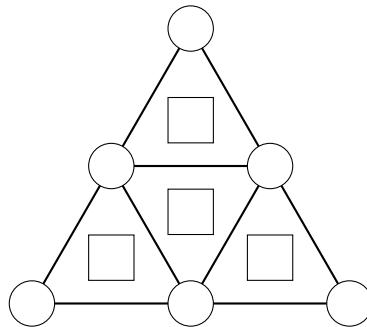
3. Quantos números inteiros menores que 2.025.000 têm a propriedade de que o dobro do seu cubo termina em 6?
4. Um número de 4 algarismos $abcd$ é chamado de *autonúmero* se:

- a quantidade de algarismos 0 no número é igual a a ;
- a quantidade de algarismos 1 é igual a b ;
- a quantidade de algarismos 2 é igual a c ;
- a quantidade de algarismos 3 é igual a d .

Encontre a soma de todos os autonúmeros.

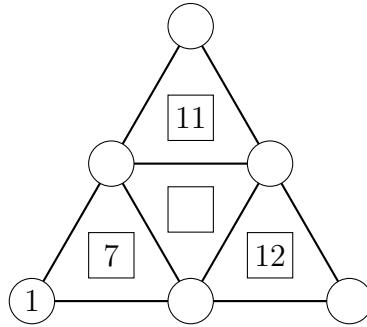
Problemas da parte B.

5. Sofia fez o desenho abaixo:



- Em cada círculo ela escreveu um dígito de 1 a 9 (inclusive).
- Os seis dígitos que Sofia escreveu nos círculos são todos distintos.
- Em cada quadrado, ela escreveu a soma dos dígitos nos círculos que formam os vértices do triângulo correspondente.

Depois de preencher todos os círculos e quadrados, ela apagou alguns números. O desenho ficou assim:



Sofia então mostrou o desenho ao seu irmão Giulio. Ele ficou curioso e quis descobrir todos os números que ela havia escrito. Ajude Giulio e encontre todos os números que Sofia apagou.

6. O retângulo abaixo foi dividido em 9 retângulos menores. Para algum deles, o seu perímetro está sendo indicado na figura.

	16	
22	18	
20	16	

- (a) Calcule o perímetro dos outros quatro retângulos menores (os não preenchidos).

- (b) Calcule o perímetro do retângulo maior (o retângulo que contém todos os retângulos menores).
7. Maria ganhou um celular novo da sua tia e precisa criar uma senha de 3 dígitos (0 a 9, inclusive). Para garantir sua segurança, a tia de Maria disse que a senha que ela escolher deve satisfazer a seguinte condição:
- O dígito do meio não pode ser a média aritmética dos outros dois dígitos.
- Quantas senhas possíveis Maria pode escolher?
8. Um número inteiro $n > 1$ é dito *especial* se existem inteiros positivos a, b, x e y tais que

$$a + b = n \quad \text{e} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Por exemplo, 6 é um número especial, basta tomar $a = 2, b = 4, x = 1, y = 2$. Neste caso:

$$a + b = 2 + 4 = 6 \quad \text{e} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 1.$$

- (a) Quais são os números especiais menores que 10?
 (b) Encontre o maior número inteiro menor que 100 que **não** seja especial.

Note que, em ambos os itens acima, se um número for especial, você deve mostrar como encontrar a, b, x e y . Se ele não for especial, você deve explicar por que não existem a, b, x e y satisfazendo a condição do enunciado.