

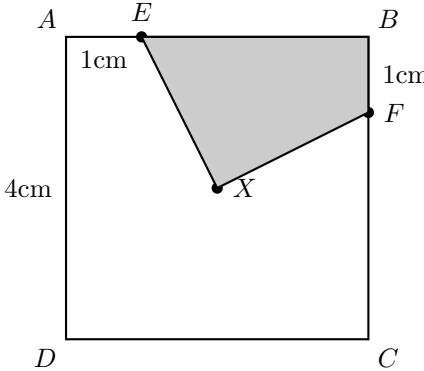
**OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - 2024**

14 de setembro de 2024

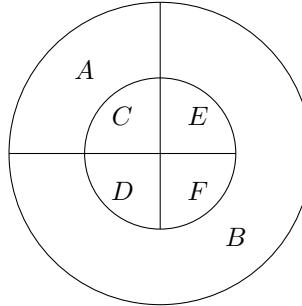
Nível 2 (8º e 9º anos do ensino fundamental)

Problemas da parte A.

1. Abaixo temos uma quadrado $ABCD$ de lado 4cm e centro X . Sabe-se que a $\overline{AE} = \overline{BF} = 1\text{cm}$. Qual a área do quadrilátero $XEBF$.



2. Sejam a e b números inteiros positivos tais que $756a^2 = b^3$. Qual o menor valor possível que a pode ter?
3. Considere o mapa abaixo. Queremos pintar o mapa sem que regiões adjacentes tenham a mesma cor. Duas regiões são adjacentes se elas compartilham uma borda linear (compartilhar uma ou mais quinas não configura adjacência, por exemplo A e B são adjacentes mas A e E não são adjacentes). De quantas maneiras podemos pintar o mapa com as cores Azul, Vermelho e Amarelo.



4. Um número inteiro positivo com pelo menos três algarismos é dito *especial* se ele tem as seguintes propriedades:

- (i) Todos seus dígitos são diferentes.
(ii) O seu dígito da esquerda é a soma dos outros dígitos.

Quantos números especiais existem?

Problemas da parte B.

5. O quadrilátero $ABCD$ satisfaz $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$, $\widehat{ADB} = \widehat{DCA}$ e $\widehat{CBD} = \widehat{BAC}$. Encontre os ângulos do quadrilátero $ABCD$.

6. Valéria quer presentear suas 74 balas entre seus amigos. Mas ela decidiu seguir algumas regras:

- (i) Cada amigo que ganhar balas, vai ganhar um número ímpar de balas.
- (ii) Cada amigo que ganhar balas, vai ganhar uma quantidade diferente de balas.

Responda as seguintes perguntas

- (a) Valéria consegue presentear exatamente 5 amigos?
- (b) Se Valéria presentear 6 amigos, qual a quantidade máxima de balas que um deles pode receber?
- (c) Qual a quantidade máxima de amigos que Valéria consegue presentear com balas?

7. Sejam x e y inteiros satisfazendo $x + y \neq 0$. Encontre todos os pares (x, y) tais que

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} = 10$$

8. Inicialmente há um número inteiro positivo escrito no quadro. A cada momento, pode se apagar o número n escrito no quadro e

- escrever o número $3n + 13$ no quadro, ou
 - escrever o número \sqrt{n} , se n for quadrado perfeito.
- (a) Se inicialmente temos o número 256 escrito no quadro, é possível que após um número finito de passos o número escrito no quadro seja o 55?
 - (b) Se inicialmente temos o número 55 escrito no quadro, é possível que após um número finito de passos o número escrito no quadro seja o 256?