

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - 2023

23 de Setembro de 2023

Nível Júnior (5º ano do ensino fundamental)

1. Preencha todas as casas vazias do tabuleiro a seguir de modo que todas as operações (tanto na horizontal como na vertical) estejam corretas.

| | | | |
|----|---|---|----|
| 4 | + | = | 13 |
| × | + | ÷ | + |
| — | | = | |
| | + | | — |
| 28 | | 3 | |

2. Há alguns anos, as garrafas de refrigerante eram de vidro. Um certo refrigerante tinha a seguinte promoção:

Se você devolver 3 garrafas vazias, receberá uma cheia.

Considerando que cada garrafa tem a capacidade de 1 litro. Se eu comprar 13 garrafas de refrigerante, quantos litros, no máximo, poderei beber?

3. Alfredo Young preenche o tabuleiro abaixo com os números de 1 a 10.

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Ele preenche o tabuleiro de acordo com as seguintes regras:

- Cada número é escrito exatamente uma vez.
- Em cada linha os números estão escritos em ordem crescente da esquerda para a direita. Ou seja, cada número é menor do que o número que está diretamente a sua direita.
- Em cada coluna os números estão escritos em ordem crescente de cima para baixo. Ou seja, cada número é menor do que o número que está diretamente abaixo.

E por fim calcula a soma dos números nas casas hachuradas.

Essa prova possui uma segunda página. Cheque o verso da folha.

Por exemplo, abaixo está uma maneira possível que Alfredo poderia preencher o tabuleiro cuja soma das casas hachuradas é 12.

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 4 | 7 | 9 |
| 3 | 5 | 6 | 8 | 10 |

- (a) Qual a menor soma possível que Alfredo pode obter? E como ele pode preencher o tabuleiro para obter essa soma?
- (b) Qual a maior soma possível que Alfredo pode obter? E como ele pode preencher o tabuleiro para obter essa soma?
4. O seguinte problema tem dois itens, e é baseado na seguinte passagem do livro ”o Homem que calculava”, de Malba Tahan.
- “Disse o Xeique, apontando para os três muçulmanos: Aqui estão, ó Calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora um dos problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Querem, agora, dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade, a meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó Calculista, obter a solução para este problema?”
- (a) É possível obter a solução para o problema do livro? Se sim, exiba um jeito de dividir os vasos.
- (b) Considere agora o mesmo problema com 27 vasos iguais, sendo: 9 cheios, 9 meio cheios e 9 vazios. Faça a divisão dos 27 vasos para os 3 amigos, de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho, sem abrir nenhum vaso, nem mudar os seus conteúdos. Monte um esquema indicando sua resposta para cada um dos três, não considerando a opção de 3 vasos cheios, 3 meio cheios e 3 vazios para cada um.
5. Meu filho nasceu no dia em que completei 31 anos. Sempre fazemos uma festa de aniversário conjunta, com um bolo com velas mostrando as duas idades. Quando ele fez dois anos, usamos uma vela 2 e duas velas 3. Este ano, pela primeira vez, usamos 4 velas com algarismos consecutivos. Quantos anos eu fiz? Quantos anos meu filho fez?
6. Biscoitos de nata podem ser comprados em pacotes de 6, 9 ou 20 unidades. É fácil ver que não dá para comprar exatamente 5 biscoitos, mas que dá para comprar exatamente 15. Como eu faço para comprar exatamente 42 biscoitos? Verifique que não dá para comprar exatamente 43 biscoitos, mas que dá para comprar exatamente qualquer quantidade maior que 43.