

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - 2023

23 de Setembro de 2023

Nível 2 (8º e 9º anos do ensino fundamental)

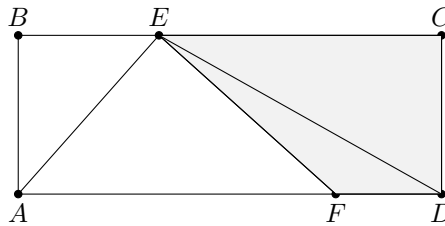
Problemas da parte A.

1. Há alguns anos, as garrafas de refrigerante eram de vidro. Um certo refrigerante tinha a seguinte promoção:

Se você devolver 3 garrafas vazias, receberá uma cheia.

Considerando que cada garrafa tem a capacidade de 1 litro. Se eu comprar 13 garrafas de refrigerante, quantos litros, no máximo, poderei beber?

2. Observe a figura abaixo, formada por um retângulo $ABCD$ de dimensões $8\text{cm} \times 3\text{cm}$ e por triângulos. Sabendo-se que BE tem medida igual a $1/3$ de BC e FD tem medida igual a $1/4$ de AD . Determine a área do polígono $ECDF$.



3. O país da OMERJlândia é composto por duas ilhas A e B. É uma tradição da OMERJlândia que os habitantes da ilha A enviem presentes para os habitantes da ilha B no dia da OMERJ. Pela tradição, cada pessoa da ilha B recebe no máximo um presente e cada pessoa da ilha A envia no máximo um presente. Infelizmente, nem todos os habitantes da ilha A gostam de enviar presentes. Em 2023, $2/3$ dos habitantes da ilha A enviaram presentes, enquanto que $3/5$ dos habitantes da ilha B receberam presentes. Qual fração da população total da OMERJlândia recebeu presentes.
4. Em uma caixa há 3 bolas azuis e n bolas vermelhas. Sabe-se que, ao retirar duas bolas ao acaso (sem reposição) da caixa, a probabilidade das bolas serem diferentes é exatamente $1/2$. Qual o valor de n ?

Problemas da parte B.

5. Seja m um número real. Considere α e β as raízes da equação quadrática

$$x^2 - mx + (m^2 - 2023) = 0.$$

Calcule $\alpha^2 + m\beta$.

6. Juju é excelente doceira e vai fazer 2 tipos de doce para vender na festa da escola: brigadeiros e beijinhos. Ela tem 10 latas de leite condensado e 5 cocos. Com uma lata de leite condensado ela faz 30 brigadeiros. Com 1 lata de leite condensado e 1 coco ela faz 40 beijinhos. Cada brigadeiro será vendido por 2 reais e cada beijinho por 3 reais. Quantos brigadeiros e quantos beijinhos ela deve fazer para ganhar a maior quantidade de dinheiro possível? Os doces são muito bons, e tudo o que ela levar vai ser vendido.
7. Seja ABC um triângulo retângulo com $\widehat{BAC} = 90^\circ$ tal que $\overline{AB} = 2\overline{AC}$. Sejam D e E pontos nos lados BC e AC , respectivamente, tais que DE é paralelo a AB . Por fim, seja O o ponto de interseção de AD e BE . Calcule o ângulo \widehat{OCA} .
8. Encontre todos os números primos p tais que $p^2 - 4p + 8$ e $p^2 - p + 23$ também são primos.