

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA

DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO - 2022

17 de Setembro de 2022

Nível Júnior (5º ano do ensino fundamental)

1. Todos os 50 alunos do quinto ano da escola da dona Beatriz vão a Petrópolis visitar o museu imperial. Estão todos muito animados. 8% dos alunos trouxeram apenas uma mala. Dos restantes, a metade trouxe uma mala e também uma mochila. Os outros não trouxeram nada. Quantas malas e quantas mochilas vieram com os alunos da escola da dona Beatriz?
2. João e Maria estão brincando com 9 cartas numeradas de 1 a 9. Colocam as cartas na mesa viradas com os números para baixo. João pega 4 cartas e Maria pega 3. João olha as suas cartas e diz para Maria : a soma dos números das suas cartas é ímpar. Depois João passa uma de suas cartas para Maria, e Maria diz: o produto dos números das 3 cartas que você tem agora é uma potência de 2 (as potências de 2 são 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...).

João estava certo e Maria também.

- (a) Quais são as cartas de João para que ele possa garantir que a soma dos números nas cartas de Maria é ímpar?
 - (b) Qual carta ele passou para Maria?
3. Um torneio de tênis tinha 5 jogadores. Cada um jogou uma vez com todos os outros. As partidas foram todas em melhor de 3 sets. Os resultados possíveis são vitória por 2x0 e vitória por 2x1.

Joana ganhou todos os seus jogos por 2x1. Pedro, que perdeu para Joana, ganhou todos os seus outros jogos por 2x0. Pelo regulamento, a vitória por 2x0 vale mais pontos que a vitória por 2x1.

- (a) Quantos jogos fez cada participante?
 - (b) Ache duas maneiras diferentes de atribuir valor a vitória de 2x0 e a vitória de 2x1 de tal modo que de um jeito Pedro fez mais pontos que Joana e do outro, Joana fez mais pontos que Pedro, sempre respeitando a regra que vitória por 2x0 vale mais que vitória por 2x1.
4. Um dado é um cubo com os números de 1 a 6 escritos nas faces, de modo que 1 e 6 estão em faces opostas, 2 e 5 estão em faces opostas, 3 e 4 estão em faces opostas. Joãozinho estava brincando com um conjunto de 10 dados e resolveu empilhá-los fazendo uma torre. Colocou o 1º dado na mesa e colocou o 2º em cima da 1º com a face de baixo tendo o mesmo número da face de cima do 1º; Seguiu empilhando, sempre com a face de baixo do novo dado tendo o mesmo número da face de cima do anterior. Quando acabou, somou todos os números das faces visíveis e disse que a soma era 148. Sua irmã, Maria, que estava perto e é boa de matemática, disse logo que a soma estava errada! Joãozinho ainda perguntou: Como você sabe? Você nem viu quantos dados eu coloquei! E Maria respondeu: Não preciso saber para ver que está errado. Joãozinho contou de novo e de fato a soma era 144.

- (a) Como Maria sabia que a soma estava errada?
 - (b) Qual o número da face de baixo do 1º dado?
5. Jacob fará 90 anos em breve. Para comemorar a data, sua família está organizando um jantar em casa apenas para a família. Suas duas filhas Vera e Alice se sentarão à mesa cada uma de um lado seu. Sua esposa Helena quer se sentar entre os dois filhos homens, mas ela quer que seu filho mais velho Eduardo esteja do seu lado direito. Além deles, os três netos ocuparão os outros lugares da mesa circular. De quantas formas esta mesa pode ser organizada mantendo todas as vontades do aniversariante e de sua esposa?

6. Duas pessoas jogam o jogo a seguir.

Tem-se um tabuleiro quadrado 3×3 (9 casas). Cada jogador tem 2 pedras. Um tem as redondas O e o outro tem as X . O jogo começa com as pedras de cada jogador arrumadas como na figura.

O		
O		
	X	X

As pedras redondas podem ser movidas para cima, para baixo, ou para direita, uma casa de cada vez. As pedras X podem ser movidas para a esquerda, para direita, ou para cima, também uma casa de cada vez. As pedras redondas podem ser movidas para fora do tabuleiro pela direita, e as pedras X podem ser movidas para fora do tabuleiro por cima. Uma pedra não pode ser movida para uma casa já ocupada. Se uma pessoa deixar a outra sem jogada possível, ela perde o jogo. Fora isso, ganha quem retirar primeiro suas peças do tabuleiro.

Verifique que o jogador que começa tem uma estratégia vencedora, isto é, um jeito de sempre ganhar.