

## Olimpíada de Matemática do Estado do Rio de Janeiro 2020

Nível junior.

### Instruções

- A Prova tem uma duração de 4 horas.
- A Prova consta de 4 questões discursivas, todas de igual valor.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Se você conseguir apenas soluções parciais, não deixe de registrá-las assim mesmo.
- Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a livros ou notas.

**PROBLEMA 1** Cinco pontos sobre uma circunferência estão numerados consecutivamente 1, 2, 3, 4 e 5, no sentido dos ponteiros do relógio. Uma pulga pula de um ponto a outro da seguinte forma: se ela estiver sobre um ponto de número ímpar, move-se um ponto; e se ela estiver sobre um ponto de número par, move-se dois pontos (sempre no sentido dos ponteiros do relógio). Se a pulga estiver inicialmente no número 1, onde ela estará após 2020 pulos?

**PROBLEMA 2** Alice, Beatriz, Célia e Dora apostaram uma corrida.

Alice disse: Célia ganhou e Beatriz chegou em segundo lugar.

Beatriz disse: Célia chegou em segundo lugar e Dora em terceiro.

Célia disse: Dora foi a última e Alice a segunda.

Cada uma das quatro meninas disse uma verdade e uma mentira (não necessariamente nessa ordem). Determine a ordem de chegada das meninas nessa corrida.

**PROBLEMA 3** Em um condomínio serão construídas 6 casas de um mesmo lado de uma rua. As casas podem ser de tijolo ou de madeira, mas como medida de segurança contra incêndio, duas casas de madeira não podem ser vizinhas. De quantas maneiras se pode planejar a construção das casas desse condomínio?

### PROBLEMA 4

A Figura a seguir é formada pelos 5 pontos A, B, C, D, E, e pelos 8 segmentos AB, AC, AD, BC, BD, CD, CE, DE.

- Mostre que existe uma maneira de desenhar esta figura, partindo de um dos 5 pontos, sem tirar o lápis do papel e sem percorrer mais de uma vez nenhum segmento.
- Explique por que, se acrescentarmos a exigência de que o desenho deva terminar no mesmo ponto em que começou, é impossível realizar tal desenho.

