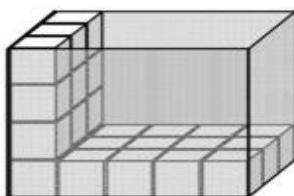


## Olimpíada de matemática do estado do Rio de Janeiro 2019

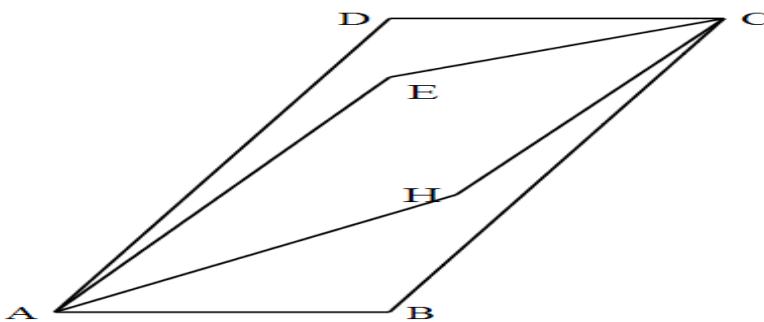
### Nível Junior

**Questão 1)** Maria tem que encher a caixa abaixo com cubinhos iguais de mesma massa. Os cubinhos que ela já colocou têm massa total de 720 g..



Terminando de preencher a caixa com os cubinhos que faltam, qual será a massa total da caixa?

**Questão 2** Na figura abaixo, a área do quadrilátero ABCD é 25. A área do quadrilátero ABCE é 15, A área do quadrilátero ADCH é 13. Qual a área do quadrilátero AHCE?



**Questão 3.** Vamos construir uma sequência da seguinte maneira: começamos com os 5 primeiros números ímpares: 1 3 5 7 9, depois colocamos os 5 primeiros pares: 2 4 6 8 10. Após voltamos para os ímpares: 11 13 15 17 19 e voltamos para os pares: 12 14 16 18 20 e continuamos assim, cinco ímpares e cinco pares indefinidamente. Os 20 primeiros termos da sequência são:

1 3 5 7 9 2 4 6 8 10 11 13 15 17 19 12 14 16 18 20...

Observe que na posição 1 está o número 1, na posição 2 está o número 3, e assim por diante. Na posição 10 está o número 10, etc. Com isso responda as seguintes perguntas:

- Que outros números  $n$  estão na posição  $n$ , além do 1, 10 e 20?
- Que número está na posição 2019 e qual a posição do número 2019?

Vamos agora modificar a sequência, começando pelos pares. Vai ficar assim:

2 4 6 8 10 1 3 5 7 9 12 14 16 18 20 11 13 15 17 19 .... Veja que agora na posição 1 está o 2 e na posição 10 está o 9.

- Explique porque agora não há nenhum número  $n$  na posição  $n$ .

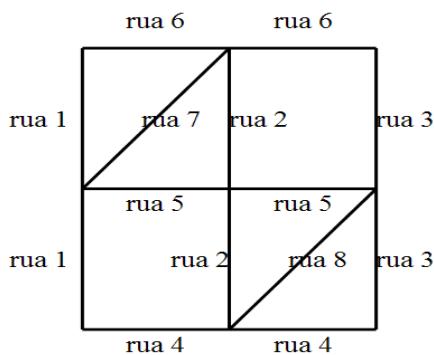
**Questão 4.** Um barco chega no porto com 12 marinheiros. Os marinheiros descem um por um e cada um diz uma coisa ao encarregado do porto. O 1º diz: somos 12 marinheiros no barco. O 2º e todos os demais dizem: Todos os que desceram antes de mim mentiram.

- Dá para saber quantos marinheiros disseram a verdade? Se sim quantos foram?

Chega um 2º barco, que não sabemos quantos marinheiros tem. Os marinheiros ao descerem dizem a mesma coisa que os do 1º barco. O 1º diz: Somos 12 marinheiros no barco. Todos os outros dizem: Todos que desceram antes de mim mentiram.

b) dá para saber quantos marinheiros disseram a verdade e quais foram?

**Questão 5** ; Abaixo está o mapa da pequena cidade de Rio do Meio. No mapa, as ruas 1, 2, 3 aparecem como linhas verticais, as ruas 4, 5, 6 como linhas horizontais e as ruas 7 e 8 como linhas inclinadas.



Na esquina das ruas 1, 5 e 7 fica a estação de tratamento de lixo, de onde sai toda noite um caminhão para recolher o lixo e trazer para a estação.

1º) Mostre duas maneiras diferentes que o motorista pode usar para recolher o lixo, passando em todos os trechos de ruas uma vez apenas. Explique o trajeto do motorista citando cada trecho percorrido. Por exemplo: Sai da estação pela rua X, vira a direita na rua Y, depois vira a esquerda na rua Z, segue em frente até a rua W...

Um dia houve um vazamento de esgoto e interditou a rua 5 no trecho entre as ruas 1 e 2. O pessoal deste trecho teve que depositar o lixo na esquina.

2º) Explique porque agora não há como o caminhão passar em todas as ruas sem repetir algum trecho. 3º) Você seria capaz de fornecer algum critério (não precisa demonstrar) para que um caminhão de lixo em outra cidade possa recolher o lixo sem repetir algum trecho de rua, em termos do número de ruas que chegam em cada esquina?

**Questão 6.** Dado um número inteiro positivo  $n$ , chamamos de fatorial de  $n$ , e denotamos por  $n!$  o produto de todos os inteiros positivos até  $n$ . Então  $1! = 1$ ,  $2! = 1 \times 2 = 2$ ,  $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ ,  $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$  e assim por diante.

a) Explique porque a partir de  $n=5$ ,  $n!$  termina em 0.

b) A partir de que valor de  $n$ ,  $n!$  termina com dois zeros?

c) Com quantos zeros termina  $50!$