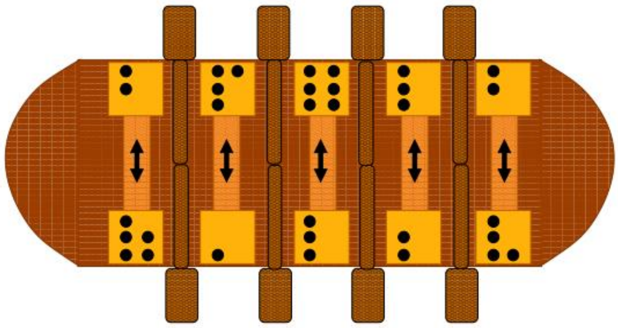
OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2017

Nível 2 (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

30 de setembro de 2017.

Parte A

Questão 1. Dez famílias naufragaram numa ilha deserta , Para enfrentar a viagem que os levará de volta à civilização, construíram a embarcação indicada na figura abaixo. A embarcação é constituída por dez plataformas, uma para cada família. Para não correrem risco de naufragar, o número de pessoas em cada um dos lados da embarcação tem de ser igual. Para isso, é preciso trocar uma família com a família da plataforma vizinha. Qual a seta que indica a troca a ser feita? (1ª, 2ª, 3ª , 4ª ,ou 5ª).



1ª 2ª 3ª 4ª 5ª

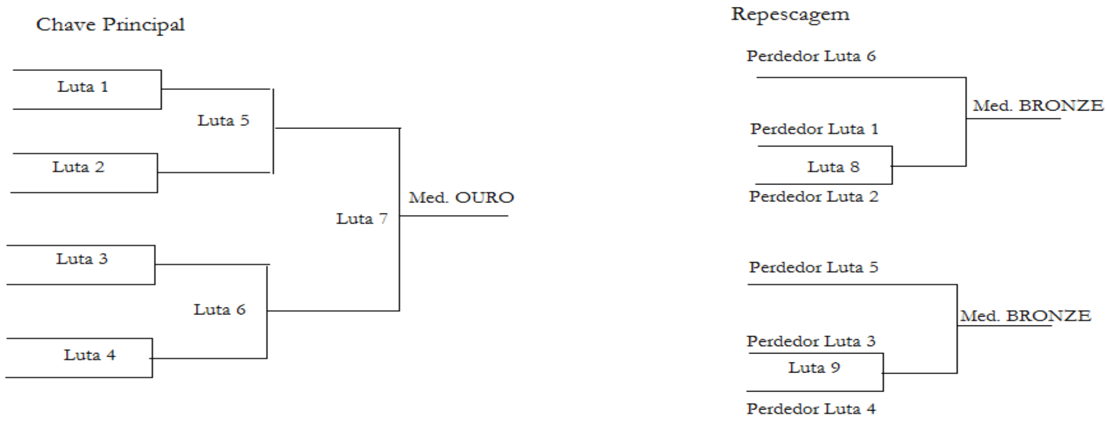
Questão 2. O Judô Olímpico é um dos esportes que oferecem duas medalhas de bronze em cada categoria e o método de chaveamento do Judô Olímpico é descrito abaixo:

- Após uma fase preliminar, 8 atletas passam para as quartas de final .Os atletas são emparelhados em 4 lutas:luta1, luta2, luta 3, luta4. Os vencedores das lutas 1 e 2 fazem a luta 5 e os vencedores das lutas 3 e 4 fazem a luta 6 (semi-finais). Os vencedores das lutas 5 e 6 fazem a final (luta7). O vencedor da luta 7 ganha medalha de ouro e o perdedor , medalha de prata. Os perdedores das lutas 1 e 2 fazem a luta 8 e os perdedores das lutas 3 e 4 fazem a luta 9. O vencedor da luta 8 e o perdedor da luta 6 disputam a 1ª medalha de bronze .O vencedor da luta 9 e o perdedor da luta 5 disputam a 2ª medalha de bronze. Veja o diagrama a seguir(vire a folha).

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2017

Nível 2 (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

30 de setembro de 2017.



Considerando apenas os 8 atletas que chegaram às quartas-de-final, quantas possibilidades diferentes existem para o pódio? Estamos chamando de pódio o conjunto: medalhista de ouro, medalhista de prata, medalhistas de bronze, sem fazer distinção entre 1ª e 2ª medalha de bronze.

Questão 3. Sejam a, b, c números reais tais que:

$$\frac{a-b}{a+b}+\frac{b-c}{b+c}+\frac{c-a}{c+a}=2017\,.$$

Tem-se que

$$M=\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+a} \quad \text{e} \quad N=\frac{b}{a+b}+\frac{c}{b+c}+\frac{a}{c+a}$$

Calcule 2M +N.

Questão 4. Num retângulo ABCD, o lado AB mede 100. Seja E o ponto médio do lado AD. Sabendo que a reta AC é perpendicular à reta BE, determine a medida do lado AD.

OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2017

Nível 2 (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

30 de setembro de 2017.

Parte B

Questão 5. Um conjunto de 3 números é chamado de aritmético se um dos três números for a média aritmética dos outros dois. Quantos subconjuntos do conjunto $A = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ são aritméticos?

Questão 6.. A tabela abaixo apresenta a distribuição dos 100 primeiros números primos, com relação ao seu último algarismo.

	Menor	**Maior**	**Quantidade**
Terminados em 1	11	541	24
Terminados em 2	2	2	1
Terminados em 3	3	523	26
Terminados em 5	5	5	1
Terminados em 7	7	487	24
Terminados em 9	19	509	24

.

Determine o algarismo das dezenas do produto destes 100 primeiros números primos.

Questão 7. Num triângulo [ABC] o ponto P ∈ [AB] é tal que AP = 4 PB. A mediatriz de [PB] intersecta o lado [BC] no ponto Q. Sabendo que a área de [PQC] é 4, a érea de [ABC] é 25 e AC = 10. Determine [BC].

Questão 8. Sejam x, y e z números reais não negativos. Sabendo que $x + y + z = 1$. Prove que:

$xy + yz + 2xz \leq \frac{1}{2}$.