

# OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2016

24 de setembro de 2016

Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

## QUESTÃO 1

Com 1000 cubinhos unitários montamos um cubo de aresta 10. As faces do cubo de aresta 10 são pintadas de azul. Seja  $q$  o número de cubos unitários, com exatamente uma face pintada de azul. Seja  $p$  o número de cubos unitários com exatamente duas faces pintadas de azul.

Determine a fração  $p/q$ .

## QUESTÃO 2

Um número inteiro positivo é *educado* se pode ser escrito como a soma de dois ou mais inteiros positivos consecutivos. Por exemplo, 7 e 24 são números educados pois  $7 = 3 + 4$  e  $24 = 7 + 8 + 9$ . Se um número inteiro não é educado, ele é chamado de *mal-educado*.

Encontre o menor número mal-educado maior que 2016.

## QUESTÃO 3

Na soma abaixo, cada letra representa um algarismo diferente, sendo que nenhum deles vale zero.

$$\begin{array}{r} \text{CROSS} \\ + \text{ROADS} \\ \hline \text{DANGER} \end{array}$$

Determine o valor da soma (“DANGER”).

## QUESTÃO 4

O imperador Augusto César, soberano da cidade de Rioma, gostava de resolver problemas de matemática. Após solucionar um novo problema, sempre colocava fogo no papiro que continha a resolução e dormia. Essa era a única situação em que ele queimava papel, pois tinha medo de incendiar Rioma. Devido a esse estranho hábito, e pelas horas de sono que se seguiam, ganhou dos súditos o apelido de Imperador Morgado o Bota Fogo. Recentemente arqueólogos encontraram um papiro antigo, que acreditam ter sido escrito pelo imperador ao final de seu reinado. Esse documento forneceria uma pista para descobrir o número total de problemas que ele resolveu. No papiro encontra-se o seguinte texto:

“Nos últimos 5840 dias coloquei fogo em muitos manuscritos e dormi em seguida. Devido a muitos compromissos, no primeiro ano queimei um único manuscrito e no ano seguinte nenhum. Depois disso, ao final de cada novo ano, a quantidade de manuscritos queimados (desde o início da minha regência) foi aumentando. Hoje, fim de mais um ano e meu último dia como soberano, acabo de notar algo interessante. A partir do terceiro ano, o número de manuscritos queimados, do início do reinado até o fim do respectivo ano, é igual à soma entre os manuscritos queimados até o fim do penúltimo ano e o total de manuscritos queimados no último ano.”

Se o papiro foi realmente escrito pelo Imperador Morgado, quantos problemas de matemática ele resolveu durante seu reinado?

### QUESTÃO 5

Uma vila tem 4 casas. Em cada casa mora uma pessoa, e cada pessoa tem um cachorro e um gato. As pessoas se chamam Alberto, Bárbara, Carlos e David. Os animais também se chamam Alberto, Bárbara, Carlos e David, e em cada casa os três nomes são diferentes. O cachorro do David e o gato do Carlos têm o mesmo nome do dono do gato Carlos. O gato da Bárbara tem o mesmo nome do dono do gato cujo nome é o mesmo do dono do cachorro Alberto.

Ache os nomes dos animais de cada morador. Atenção para não confundir gato Carlos com gato do Carlos ou cachorro Alberto com cachorro do Alberto.

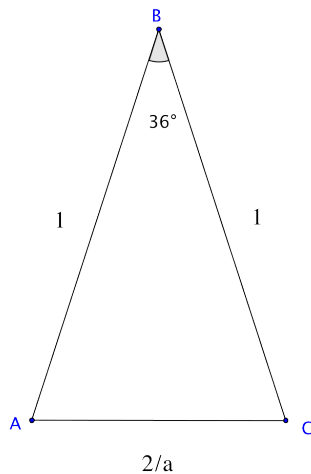
### QUESTÃO 6

Dona Maria faz cocada e rapadura para vender na feira. A cocada vem em pacote de 200g e ela vende cada pacote por 5 reais. A rapadura vem em pacote de 500g e ela vende cada pacote por 12 reais. Ela põe tudo em sacolas e pode carregar no máximo 20 kg.

Como ela ganha mais (levando só cocada, só rapadura, ou um pouco de cada) ?

### QUESTÃO 7

Considere o triângulo isósceles  $ABC$  exibido na figura abaixo.



a) Calcule  $a$ .

b) Considere o número  $x = (4 - a)(\sqrt{2} + a)(\sqrt[3]{a})(\sqrt[6]{3a + 4})$ .

Mostre que  $x + 2 = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ .

### QUESTÃO 8

Em um triângulo  $ABC$  o ângulo  $\widehat{BAC}$  é o dobro do ângulo  $\widehat{ACB}$ . Considere um ponto  $D$ , no segmento  $AC$ , de modo que o ângulo  $\widehat{DBA}$  é o dobro do ângulo  $\widehat{BAD}$ .

Calcule o valor do ângulo  $\widehat{ACB}$ , sabendo que a medida do segmento  $CD$  é igual à soma entre o dobro da medida do segmento  $BD$  e o comprimento do segmento  $AD$ .