OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2016

24 de setembro de 2016

Nível 1 – (6º e 7º anos do Ensino Fundamental)

Parte A

QUESTÃO 1

Uma família, composta de 4 pessoas, assistiu à Cerimônia de Abertura dos Jogos Olímpicos no sofá de três lugares de sua humilde residência. Sendo assim, uma pessoa ficou de pé. Antes de tomarem seus lugares, cada um fez um pedido e somente um deles não foi atendido.

Pai: "Eu não quero sentar no meio do sofá nem ficar em pé."
Mãe: "Eu não fico em pé."
Filho: "Eu sento na direita."
Filha: "Eu sento na esquerda."

Quem podemos garantir que não assistiu à Cerimônia de pé?

QUESTÃO 2

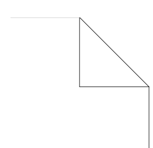
A Grécia foi o berço dos primeiros Jogos Olímpicos da Era Moderna, em 1896. Empolgado com as Olimpíadas no Rio e com a cultura grega, Fred G. Ninho resolveu criar um jogo matemático usando letras gregas para representar algarismos de nosso sistema de numeração. Neste jogo , as letras α, β e γ representam 3 algarismos diferentes. A soma dos algarismos do número de 3 algarismos $\alpha\beta\alpha$ é o número de 2 algarismos $\beta\gamma$. A soma dos algarismos do número de 2 algarismos $\beta\gamma$ é o número de 1 algarismo β. Qual é o algarismo representado pelo símbolo α?

QUESTÃO 3

Seis atletas australianos dividem o mesmo quarto na Vila Olímpica com 2 chuveiros. Durante os jogos, a partir das 7 horas, todos usam um dos chuveiros e nunca dois deles usam o mesmo chuveiro ao mesmo tempo. Os tempos que eles gastam no chuveiro são: 8, 10, 12, 17, 21 e 22 minutos, respectivamente. A que horas os chuveiros estarão livres o mais cedo possível?

QUESTÃO 4

Uma das arenas olímpicas instaladas na Barra da Tijuca tem formato poligonal. Usando um simples pedaço de papel, Severino Sombra apresentou para seus netos a forma da arena. Ele mostrou que o papel tinha formato de quadrado. Ele pegou um canto do quadrado e dobrou de modo que um dos vértices passasse a coincidir com o centro do mesmo, obtendo-se o pentágono irregular, como mostra a figura abaixo. Sabendo-se que as medidas das áreas do pentágono e do quadrado são números naturais consecutivos, qual é a medida da área do quadrado que Severino usou para representar a arena olímpica?



Parte B

QUESTÃO 5

Os irmãos Ari e Jupira foram à Vila Olímpica para conhecer as instalações dos atletas e acabaram comprando algumas lembranças da Rio 2016. Ari comprou 3 mascotes iguais e pagou sua compra com desconto de 10%, enquanto Jupira comprou 2 mascotes iguais às de Ari com desconto de 5%. Ari gastou 60 reais a mais que sua irmã. Qual era, em reais, o preço sem desconto de cada mascote?

QUESTÃO 6

No intervalo das competições de judô da Rio-2016, alguns atletas japoneses divertiam-se resolvendo questões de Matemática. Eles pesquisaram em alguns sites de Olimpíadas de Matemática e viram que um inteiro positivo n é chamado de *invocado* quando existem inteiros positivos $a_1, a_2, \ldots, a_n$ dois a dois distintos, tais que

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} = 1.$$

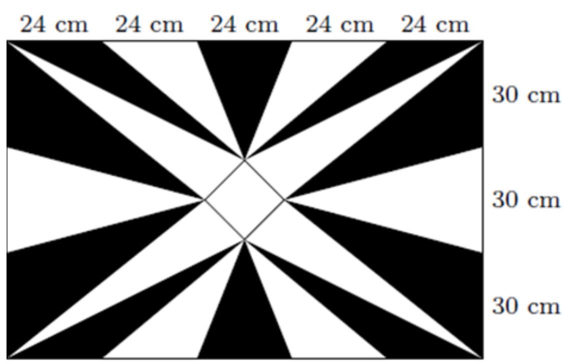
O inteiro positivo 3, por exemplo, é invocado, porque

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

O desafio maior para os japoneses foi confirmar que o 8 também é invocado. Mostre que eles estavam certos.

QUESTÃO 7

Alguns moradores da pequena cidade de Tribobó do Norte ficaram entusiasmados com a inédita participação de uma delegação de refugiados nas Olimpíadas Rio 2016. Por isso, eles resolveram criar uma bandeira para o time de futebol da cidade com as cores dos países que participaram daquela delegação. Para isso, eles compraram um pano branco retangular de dimensões 120 x 90 centímetros. Eles vão pintar conforme o modelo baixo, onde o quadrado interior tem diagonais de medidas 20 cm paralelas aos lados da bandeira.



Se o centro da bandeira e o centro do quadrado coincidem, determine a área não pintada da bandeira.

QUESTÃO 8

Super campeão olímpico, o americano Michael Phelps ganhou mais agumas medalhas nas Olimpíadas Rio 2016. Ele tem 4 caixas numeradas de 0 a 3 para guardar algumas de suas medalhas. Ele colocou nas caixas com o número 0, 1, 2 e 3, respectivamente, 1, 2, 1 e 0 medalhas. Phelps percebeu que, com esta distribuição, o número de caixas com 0, 1, 2 e 3 medalhas, respectivamente, é também 1, 2, 1, 0.
Assim, na distribuição de Phelps, na caixa com o número n há tantas medalhas quanto o número de caixas com n medalhas. Se Phelps quiser fazer uma dsitribuição de medalhas em 10 caixas, numeradas de 0 a 9, com a mesma propriedade, de quantas formas ele pode fazer isso?