



# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2011

17 de setembro de 2011.

**Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)**

## **PARTE OBJETIVA (10 pontos por questão)**

---

### QUESTÃO 1

No Planeta Quadrangular, localizado no Sistema Geométrico, usa – se com frequência uma operação representada pelo símbolo  $\diamond$ . Estudioso dessa operação, o professor Saulo Sango observou que  $7896 \diamond 954 = 9312 \diamond 2370$ . Mostre que você também já domina essa operação e encontre o resultado de  $25437 \diamond 8769$ .

---

### QUESTÃO 2

Se ignorarmos o "duplo zero" as restantes 27 peças de um jogo de dominó podem ser vistas como frações inferiores ou iguais a 1. Por exemplo



Qual é a soma dessas 27 frações?

---

### QUESTÃO 3

As páginas 6 e 19 estão na mesma folha (dupla) de um jornal. Quantas páginas possui o jornal?

---

### QUESTÃO 4

Sejam dois números de 5 algarismos cada de modo que todos os 10 algarismos apareçam nesses 2 números e tal que a diferença entre eles e menor que 250, qual o maior desses números?

---



# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2011

17 de setembro de 2011.

**Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)**

## **PARTE DISCURSIVA (20 pontos por questão)**

### **QUESTÃO 5**

A partir de uma terna ordenada  $(a, b, c)$  obtemos uma sequência de terna através de sucessivas transformações do tipo:

$$(a, b, c) \rightarrow (a \cdot b, a + b - c, c - b)$$

Por exemplo, a partir da terna  $(1, 1, 1)$ , obtemos a seguinte sequência:

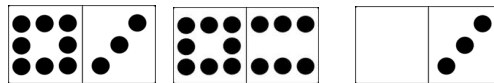
$$(1, 1, 1) \rightarrow (1, 1, 0) \rightarrow (1, 2, -1) \rightarrow (2, 4, -3), \dots$$

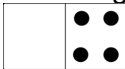
- a) Se partirmos da terna  $(1, 2, 3)$ , qual será a terna que ocupará a 10ª posição da sequência?
- b) Se começarmos com  $(1, 0, 1)$  como a 1ª terna ordenada de uma sequência, qual será a soma dos três termos da terna que ocupará a 2011ª posição dessa sequência? Mostre seu raciocínio.

### **QUESTÃO 6**

Mariana resolveu criar um dominó com peças cuja pontuação vai de 0 a 8, ao contrário de um dominó comum, em que os pontos vão de 0 a 6.

Exemplos de peças:



- a) Quantas peças diferentes possui o dominó de Mariana? Mostre seu raciocínio.
- b) Mariana resolveu chamar de “curinga” as peças cuja soma de seus pontos é um número quadrado. Por exemplo a peça  é uma peça “curinga”, pois a soma de seus pontos é  $0 + 4 = 4$  e 4 é um número quadrado  $2^2$ .

Qual a soma de todos os pontos de todas as peças “curingas”? Mostre seu raciocínio.

### **QUESTÃO 7**

Tem-se 5 objetos de pesos distintos. São pesados, em uma balança, e registradas todas as 10 combinações de pesagens dos objetos, dois a dois. Sabe-se que as três combinações cujos resultados foram mais leves são 39, 43 e 44 quilos, e que as duas combinações mais pesadas resultaram em 56 e 59 quilos. Calcular os pesos de cada um dos cinco objetos.

### **QUESTÃO 8**

Na figura a seguir, cada lado de um triângulo retângulo ABC corresponde a base maior de um trapézio retângulo. Sabendo que esses trapézios são semelhantes, que  $AB = 4$ ,  $AC = 5$ ,  $AH = FG = 2$ ,  $HI = \frac{5}{2}$  e que o trapézio BCDE tem área  $\frac{9}{2}$ , determine o comprimento AF.

