

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2011

17 de setembro de 2011.

Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

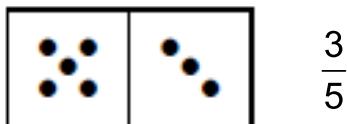
PARTE OBJETIVA (10 pontos por questão)

QUESTÃO 1

No Planeta Quadrangular, localizado no Sistema Geométrico, usa – se com freqüência uma operação representada pelo símbolo \diamond . Estudioso dessa operação, o professor Saulo Sango observou que $7896 \diamond 954 = 9312 \diamond 2370$. Mostre que você também já domina essa operação e encontre o resultado de $25437 \diamond 8769$.

QUESTÃO 2

Se ignorarmos o "duplo zero" as restantes 27 peças de um jogo de dominó podem ser vistas como frações inferiores ou iguais a 1. Por exemplo



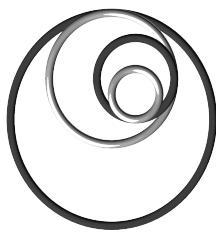
Qual é a soma dessas 27 frações?

QUESTÃO 3

As páginas 6 e 19 estão na mesma folha (dupla) de um jornal. Quantas páginas possui o jornal?

QUESTÃO 4

Sejam dois números de 5 algarismos cada de modo que todos os 10 algarismos apareçam nesses 2 números e tal que a diferença entre eles é menor que 250, qual o maior desses números?



OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2011

17 de setembro de 2011.

Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

PARTE DISCURSIVA (20 pontos por questão)

QUESTÃO 5

A partir de uma terna ordenada (a, b, c) obtemos uma seqüência de terna através de sucessivas transformações do tipo:

$$(a, b, c) \rightarrow (a \cdot b, a + b - c, c - b)$$

Por exemplo, a partir da terna $(1, 1, 1)$, obtemos a seguinte seqüência:

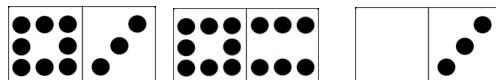
$$(1, 1, 1) \rightarrow (1, 1, 0) \rightarrow (1, 2, -1) \rightarrow (2, 4, -3), \dots$$

- Se partirmos da terna $(1, 2, 3)$, qual será a terna que ocupará a 10ª posição da sequência?
- Se começarmos com $(1, 0, 1)$ como a 1ª terna ordenada de uma sequência, qual será a soma dos três termos da terna que ocupará a 2011ª posição dessa seqüência? Mostre seu raciocínio.

QUESTÃO 6

Mariana resolveu criar um dominó com peças cuja pontuação vai de 0 a 8, ao contrário de um dominó comum, em que os pontos vão de 0 a 6.

Exemplos de peças:



- Quantas peças diferentes possui o dominó de Mariana? Mostre seu raciocínio.
- Mariana resolveu chamar de “curinga” as peças cuja soma de seus pontos é um número quadrado. Por exemplo a peça é uma peça “curinga”, pois a soma de seus pontos é $0 + 4 = 4$ e 4 é um número quadrado 2^2 .

Qual a soma de todos os pontos de todas as peças “curingas”? Mostre seu raciocínio.

QUESTÃO 7

Tem - se 5 objetos de pesos distintos. São pesados, em uma balança, e registradas todas as 10 combinações de pesagens dos objetos, dois a dois. Sabe-se que as três combinações cujos resultados foram mais leves são 39, 43 e 44 quilos, e que as duas combinações mais pesadas resultaram em 56 e 59 quilos. Calcular os pesos de cada um dos cinco objetos.

QUESTÃO 8

Na figura a seguir, cada lado de um triângulo retângulo ABC corresponde a base maior de um trapézio retângulo. Sabendo que esses trapézios são semelhantes, que $AB = 4$, $AC = 5$, $AH = FG = 2$, $HI = \frac{5}{2}$ e que o trapézio $BCDE$ tem área $\frac{9}{2}$, determine o comprimento AF .

