

# OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2010

02 de outubro de 2010.

**Nível 2– (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)**

## **PARTE OBJETIVA (10 pontos por questão)**

### **QUESTÃO 1**

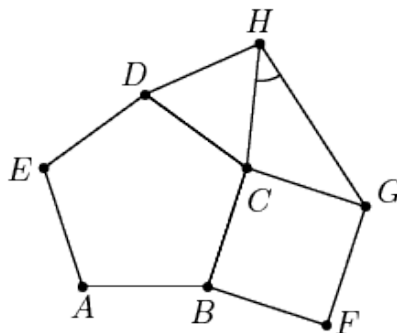
Paulo, Margareth e Lúcio trabalham na mesma empresa e todos os dias almoçam juntos. Com de costume, após o almoço, eles bebem chá ou café.

- ✓ Se Paulo pede café, então Margareth pede a mesma bebida que Lúcio.
- ✓ Se Margareth pede café, então Paulo pede à bebida que Lúcio não pediu.
- ✓ Se Lúcio pede chá, então Paulo pede a mesma bebida que Margareth.

Qual deles pede a mesma bebida todos os dias?

### **QUESTÃO 2**

Na figura, ABCDE é um pentágono regular que tem agrupado exteriormente um quadrado BFGC e um triângulo equilátero CHD. Determine a medida do ângulo CHG.



### **QUESTÃO 3**

Escreva todos os números inteiros positivos com dois ou mais algarismos tais que o número formado por cada par de algarismos consecutivos sejam um quadrado perfeito. Por exemplo, 816 é um desses números já que  $81 = 9^2$  e  $16 = 4^2$ , porém 8167 não faz parte desses números porque 67 não é um quadrado perfeito.

### **QUESTÃO 4**

Considerando  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  números inteiros e positivos tal que  $a^5 = b^4$ ,  $c^3 = d^2$  e  $c - a = 19$ , determine o valor de  $d - b$ .



# OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2010

02 de outubro de 2010.

**Nível 2– (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)**

## **PARTE DISCURSIVA (20 pontos por questão)**

### **QUESTÃO 5**

Escreva todos os números naturais de quatro algarismos tais que:

- ✓ os algarismos, da dezena e unidade, sejam respectivamente 4 e 5
- ✓ que sejam múltiplos de 45

### **QUESTÃO 6**

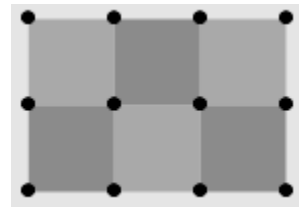
Carlinhos viu em uma revista o seguinte truque para descobrir a idade de uma pessoa: Peça a alguém para considerar o dobro do número correspondente ao mês do seu nascimento e adicionar 5 ao resultado. Depois peça para ela multiplicar por 50 o número obtido, somar 1670 e, por fim, subtrair do resultado o número do ano de seu nascimento.

A pessoa deveria informar apenas o número obtido ao final dessas operações. De acordo com a revista, nesse número final os dois últimos algarismos (dezenas e unidades) correspondem a idade que a pessoa completa em 2010, e os algarismos restantes (milhares e centenas) representam o mês em que nasceu. Carlinhos, que nasceu em maio de 1997, resolveu testar o truque. Mas seguindo os passos indicados na revista obteve ao final o resultado 423, segundo o qual ele teria feito 23 anos no mês de abril. Após uma investigação ele descobriu que o número 1670 a ser somado estava errado.

- (a) Qual é o número que deve ser somado no lugar de 1670 para que o truque funcione?
- (b) Esse truque, após corrigido, funciona para pessoas de qualquer idade?

### **QUESTÃO 7**

A Diana pretende enfeitar uma parede do seu quarto com pequenos quadrados de papel colorido. Os quadrados de papel serão fixos à parede com tachas, em todos os cantos. A mesma tacha poderá servir para prender até 4 cantos de quadrados diferentes. Na figura ao lado mostram-se 6 folhas presas com 12 tachas.



Se forem usadas exatamente 2010 tachas, qual é o maior retângulo preenchido com quadrados de papel que a Diana pode formar?

### **QUESTÃO 8**

Em uma cidade as placas dos automóveis têm três letras (de um alfabeto de 26) e quatro algarismos. Na tabela a seguir mostramos a ordem em que são formadas essas placas:

Ordem	Placa
1ª	AAA 0000
2ª	AAA 0001
⋮	⋮
10000ª	AAA 9999
10001ª	AAB 0000
etc.	

Se a placa ABC 0000 corresponde na ordenação a uma posição  $x$  e a placa ACD 0000 corresponde nessa mesma ordenação a posição  $z$ , calcule  $z - x$ .