OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2007

06 de outubro de 2007.

Nível 1 – (5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental)

PARTE OBJETIVA (10 pontos por questão)

QUESTÃO 1

Em um dos seus estudos mais complexos, o biólogo Astrogildo foi ao interior de Catolé do Rocha para pesquisar o sono dos animais. Ele pôde concluir que o lobo dorme quando a coruja está acordada e está acordado quando a coruja dorme. O lobo dorme tanto numa semana quanto a coruja dorme num dia. De acordo com tais informações, quantas horas por dia dorme cada um desses animais?

SOLUÇÃO:

Sendo x o tempo que o lobo dorme por dia, temos que o 7x é tempo que a coruja dorme por dia.

Sabendo-se que enquanto um animal dorme o outro está acordado, $x + 7x = 24$.

Desse modo, concluímos que $x = 3h$ e $7x = 21$.

Ou seja, o lobo dorme 3h por dia e a coruja dorme 21h por dia.

QUESTÃO 2

Dono da única empresa que fabrica convites de casamento em Tribobó do Norte, Severino Sombra produz dois tipos de cartões, de mesmo material. Um deles tem a forma de um hexágono regular, de 52 cm de lado. E o outro tem a forma de um triângulo eqüilátero, de 104 cm de lado. Ambos os cartões são pintados com tintas de mesma cor. Sabendo - se que são necessários 4 litros de tinta para pintar o cartão triangular, determine a quantidade de tinta necessária para que Severino Sombra pinte o cartão hexagonal.

SOLUÇÃO:

O triângulo eqüilátero de 104 cm de lado pode ser fracionado em 4 triângulos eqüiláteros de 52 cm de lado. O que nos leva a concluir que cada um desses triângulos menores recebe 1 l de tinta para ser pintado. O hexágono regular de 52 cm pode ser fracionado em 6 triângulos eqüiláteros de 52 cm de lado. Percebemos, então, que são gastos 6l de tinta para pintar o cartão hexagonal.

QUESTÃO 3

Paulo André convidou Fabinho para passar uma tarde em sua mansão em Bangu tentando desvendar os mistérios de seu mais novo jogo matemático. Nesse jogo, Paulo escreveu todos os números de 2 algarismos em cartões vermelhos, um por cartão e, logo após, escreveu todos os números de 3 algarismos em cartões verdes, um por cartão. Todos os cartões possuem o mesmo tamanho. Em seguida, embaralharam os cartões e colocaram-nos numa urna. Depois, Fabinho começa a pegá-los, um a um, sem olhar o que está pegando. Lembrando-se, por exemplo, que 019 é um número de dois algarismos e que 0987 é um número de três algarismos, qual é o número mínimo de cartões que Fabinho deve retirar para ter certeza de que há dois cartões verdes entre os retirados?

SOLUÇÃO:

Existem 90 números de 2 algarismos e 900 números de 3 algarismos. Na pior das hipóteses, os primeiros 90 cartões serão vermelhos, o que não interessa a Fabinho. Porém, em seguida, só poderão sair cartões verdes. Logo, Fabinho precisa retirar, no mínimo, 92 cartões para garantir que entre eles há, pelo menos, 2 cartões verdes.

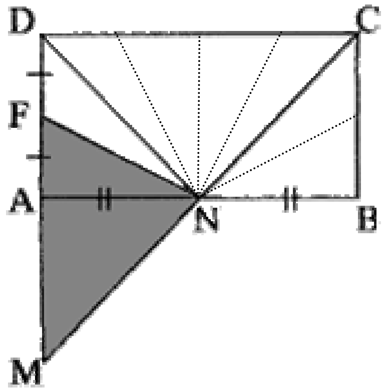
OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2007

06 de outubro de 2007.

<u>Nível 1 – (5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental)</u>

QUESTÃO 4

ABCD é um retângulo. N é o ponto médio de $\overline{AB}$ e F é o ponto médio de $\overline{DA}$. Sendo M a projeção de $\overline{DA}$ sobre $\overline{CN}$, Determine a razão entre a área do ΔFNM e a área do retângulo ABCD.



SOLUÇÃO:

A razão entre a área do triângulo $\overline{FNM}$ e a área do Retângulo $\overline{ABCD}$:

$$\frac{\overline{\mathbf{FNM}}}{\overline{\mathbf{ABCD}}} = \frac{3}{8}$$

<u>PARTE DISCURSIVA</u> ***<u>(20 pontos por questão)</u>***

QUESTÃO 5

Taka Nakombi, o mago chinês da Matemática, criou uma seqüência de inteiros positivos segundo três regras. Começando com um inteiro positivo, ele aplica ao resultado a regra apropriada, dentre as relacionadas abaixo, e continua sempre desta forma.

- **Regra 1:** Se o inteiro for menor do que 10, multiplica-o por 9.
- **Regra 2:** Se o inteiro for par e maior do que 9, divide-o por 2.
- **Regra 3:** Se o inteiro for ímpar e maior do que 9, dele subtrai-se 5.

Um exemplo de tal seqüência é: 35, 30, 15, 10, 5, 45, 40, ...

Qual é o 2007º termo da seqüência que começa com 98?

SOLUÇÃO:

Obedecendo o que nos diz a seqüência criada por Taka Nakombi, temos:

98,49,44,**22,11,6,54,27**,22,11,6,54,27,...

É fácil observar que, a partir do 4º termo, a seqüência se torna periódica, com 4 números no período. Para descobrir o 2007º termo, fazemos 2007 – 3 = 2004 e dividimos esse número (2004) por 5, que é a quantidade de números do período. Obtemos, assim, resto 4 que é a posição ocupada pelo nº. 54 na seqüência periódica. Portanto, o 2007º termo da seqüência é o 54.

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA
DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2007

06 de outubro de 2007.

Nível 1 – (5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental)

QUESTÃO 6

Nas últimas eleições para prefeito da cidade de Tribobó do Norte, que possui 36000 habitantes, $\frac{1}{20}$ desses eleitores deixaram de votar. Entre os votantes, $\frac{1}{12}$ votou em branco, $\frac{1}{20}$ anulou o voto e $\frac{3}{5}$ votaram em Severino Sombra, o vencedor da eleição. Sabendo-se que apenas dois candidatos disputaram a eleição, determine a diferença de votos entre Severino Sombra e o candidato derrotado.

SOLUÇÃO:

Total : 36000 eleitores

Não votaram: $\frac{1}{20}$. 36000 = 1800 eleitores

Votaram: 36000 – 1800 = 34200 eleitores

Branco: $\frac{1}{12}$. 34200= 2850 eleitores

Nulo: $\frac{1}{20}$. 34200 = 1710 eleitores

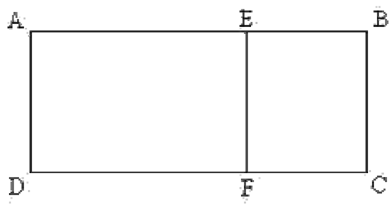
Severino Sombra: $\frac{3}{5}$. 34200= 20520 eleitores

Candidato derrotado: 34200- (2850+1710+20520) = 9120 eleitores

De acordo com os valores acima, a diferença entre Severino Sombra e o candidato derrotado foi de **11400 votos**.

QUESTÃO 7

Muito idosa, Ângela Poo Eira decidiu repartir sua fazenda em Nazaré das Farinhas entre seus dois filhos, Ari e Jupira. A figura abaixo nos mostra o terreno a ser dividido. O lado AB mede 65m e o lado AD mede 23m. Sabe-se, também, que por ter sido um filho dedicado, Ari ficará com uma área 69m^2 maior que a área de Jupira. Para partir o terreno, usa-se uma cerca eletrificada representada na figura pelo segmento $\overline{EF}$, que é paralelo a $\overline{AD}$.
Calcule a distância de A a E para que seja feita a última vontade de Ângela Poo Eira.



SOLUÇÃO:

O terreno de Ângela Poo Eira tem 23 m x 65 m = 1495 m^2.

Chamando a área destinada a Ari de R e a área destinada a Jupira de J, temos que J = R – 69.

Resolvendo a equação R + R – 69 = 1495, obtemos R = 782 m^2.

Se a largura AD permanece constante e vale 23m, chamamos de x a distância entre A e E.

23 x = 782 que nos leva a x = 34.

Portanto, a distância entre A e E é de **34 metros**.

QUESTÃO 8

Para encher o tanque de combustível de meu Pálio Adventure Flex Power são necessários 51 litros de combustível. Atento aos preços cobrados nos postos de gasolina, percebi que minha economia seria enorme se abastecesse em Madureira ao invés de Jacarepaguá. Semanalmente, encho 70 % da capacidade de meu tanque com álcool e o restante, coloco de gasolina. Faço isso 4 vezes por mês. No posto de Jacarepaguá, o litro da gasolina é R$2,499 e o do álcool é R$ 1,549. Já em Madureira, encontro o álcool a R$ 1,199, o litro, e a gasolina, a R$ 2,399, o litro. Determine qual é minha economia ao fim do mês escolhendo o posto de Madureira. (Mostre como chegou à resposta!)

SOLUÇÃO:

Meu tanque tem capacidade para 51 litros. Dessa capacidade, abasteço com 35,7 litros de álcool (70%) e 15,3 litros de gasolina(30%).

Em Jacarepaguá, pago R$ 55,2993 pelo álcool e R$ 38,2347 pela gasolina. Gastando um total de R$ 93,534 por semana e R$ 374,136 por mês.

Em Madureira, pago R$ 42,8043 pelo álcool e R$ 36,7047 pela gasolina. Gastando um total de R$ 79,509 por semana e R$ 318,036 por mês.

Logo, minha economia é de R$ 56,10 abastecendo meu Pálio Adventure Flex Power em Madureira.

(Obs. A resposta R$ 56,12 também será aceita!!!)