



OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2003

Nível 1 – (5^a e 6^a séries do ensino fundamental)

2^a Fase – Prova Final – 27 de setembro de 2003.

Folha de Questões

- 1) Um feirante tinha uma cesta de ovos para vender e atendeu sucessivamente três fregueses. Cada freguês levou a metade dos ovos existentes na cesta e mais meio ovo. Se o feirante não precisou quebrar nenhum ovo e sobraram 10 ovos na cesta, quantos ovos havia inicialmente?
- 2) Zé e seus amigos estavam disputando para saber quem era o melhor aluno de Matemática da Escola Trovador. A professora colocou um desafio que chamava-se “o labirinto matemático”. A idéia era muito simples, bastava seguir o caminho correto até o outro lado do labirinto. Cada casa do labirinto podia ter 2, 3 ou 4 passagens para uma outra casa. Em cada casa a professora colocou um número. O segredo do caminho correto era alternar o próximo número entre múltiplos e divisores naturais começando pelo divisor do número que estava fora. Por exemplo, como o número do lado de fora é o 10 e a primeira casa será sempre um divisor, se as opções forem 2, 3 ou 5 ele só deveria entrar nas casas 2 ou 5 pois são os únicos divisores naturais de 10. A seguir, se ele escolhe a casa 2, somente poderá ir para casas que tenham números que são múltiplos de 2 e assim sucessivamente, alternando sempre entre múltiplos e divisores naturais até encontrar o caminho para o outro lado. Feito o caminho correto, após marcar todas as casas pela qual passou, a professora perguntou qual a soma dos valores das casas pelas quais o caminho de João foi traçado. Se ele acertou o desafio, qual foi essa soma?

10

10	12	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	12	12	4	10	10	10
7	4	3	5	8	17	9	17	8	12	11	8	7	7	6	8	4	24	5
15	1	7	7	3	12	8	5	10	5	3	3	7	5	6	5	3	6	7
5	8	0	14	2	4	2	3	7	5	17	19	27	3	3	7	11	30	13
7	13	11	27	5	9	0	13	26	11	9	3	6	7	0	12	19	2	7
3	10	15	17	19	94	63	59	1	7	1	5	2	8	8	7	3	6	9
9	11	22	4	4	4	3	8	19	17	5	7	7	7	5	8	0	4	3
2	4	6	7	0	12	13	19	12	13	9	19	18	9	9	10	5	7	2
3	0	0	3	9	18	9	27	3	17	15	7	9	7	5	2	0	1	0

C
H
E
G
A
D
A

- 3) Em um jogo de xadrez é comum os grandes mestres enxergarem muito antes das jogadas acontecerem. Isso ocorre pois eles possuem o hábito de ver com o cérebro. Eles imaginam os movimentos e por isso conseguem realizar essas jogadas.

Essa capacidade de construir figuras mentalmente é conhecida como visão espacial e é fundamental para compreender certos problemas do cotidiano e olímpicos. Um bom exercício para desenvolver o raciocínio espacial é o problema a seguir. Mostre que você é capaz de resolvê-lo.

“Aos vértices de um cubo são atribuídos os números de 1 a 8 de modo que o conjunto os conjuntos dos números correspondentes aos vértices das seis faces são: {1,2,3,7}; {1,2,4,5}; {1,4,7,8}; {2,3,5,6}; {3,6,7,8}; {4,5,6,8}. Qual o número do vértice que está mais longe do vértice de número 1?”

- 4) Embora existam diversos tipos de números em Matemática (reais, complexos, etc.), o nome "Teoria dos Números" é tradicionalmente reservado para o estudo dos Números Inteiros, isto é: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... (Existem autores que apresentam um conceito mais abrangente envolvendo outros conjuntos numéricos). Um conceito chave em Teoria dos Números é o conceito de divisibilidade. A teoria dos números pode nos apresentar infinitos problemas de nível olímpico. Mostre que você domina a teoria dos números e resolva o problema abaixo:

“Determine o menor número natural (inteiro positivo) de quatro algarismos tal que o número de divisores inteiros e positivos do número é igual ao seu primeiro algarismo”.

- 5) Carlos possui várias cartas de Magic. Ao todo são 361 cartas que podem ser separadas em vários tipos (deck). As cartas são colocadas em caixas com a mesma quantidade (As quantidades de cartas por caixas são sempre maiores que 1) e nessas caixas Carlos só coloca cartas de um mesmo deck. As cartas Legião são mais que 21% do total das cartas; as Odisséia representam mais que 15% do total; as do tipo Investida representam mais de 26% do total e as do tipo Flagelos representam mais de 36% do total. Carlos pode possuir cartas do tipo Chevalier?
- 6) Na sapataria do professor Fred os sapatos são guardados em caixas com medidas 3 x 5 x 7. Ele possui um depósito para guardar essas caixas e precisa saber o máximo de caixas de sapato que cabem dentro desse depósito que mede 11 x 35 x 39. Para o número encontrado, indique como colocar essa quantidade de caixas dentro do depósito (faça o desenho ou escreva descrevendo a arrumação).OBS: As caixas de sapato e o depósito possuem a mesma unidade de medida.