

OLIMPÍADA ESTADUAL DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 1999

2^a FASE – 25 de Setembro de 1999

NÍVEL 2 – 7^a e 8^a Séries

Instruções:

- 1) A Prova consta de 4 questões discursivas, todas de igual valor.**
- 2) Todas as soluções devem ser justificadas.**
- 3) Se você conseguir apenas soluções parciais, não deixe de registrá-las assim mesmo.**
- 4) A Prova tem a duração de 4 horas.**
- 5) Não é permitido o uso de calculadora.**

PROBLEMA 1:

Gustavo, Eduardo e Augusto disputam uma série de partidas de xadrez da seguinte maneira : dois deles jogam entre si e o vencedor joga com o que ficou de fora. Se o jogo terminar empatado, aquele que jogou com as peças brancas é considerado o perdedor. Ao final da série, Gustavo tinha jogado 15 partidas, Eduardo jogou 9 partidas e Augusto jogou 14 partidas. Quais foram os adversários na partida de número 13 ?

PROBLEMA 2:

Mister M pediu a uma pessoa da platéia: “Escreva num papel (sem que eu veja) o número de seu aniversário, como um número de 8 algarismos” (por exemplo, se o aniversário da pessoa fosse 23 de outubro de 1982, ela teria escrito o número 23101982). “Agora, misture os algarismos desse número em qualquer ordem formando um segundo número com 8 algarismos” (no exemplo acima, a pessoa poderia ter formado, por exemplo, o número 13208291; também é admitido ter zeros à esquerda, e ignorá-los). “Agora, subtraia o menor do maior; em seguida, do resultado, omita um algarismo (diferente de 0) a sua escolha, e digame, numa ordem qualquer, os outros que ficaram.” Após seguir as instruções, o espectador ditou os algarismos que sobraram: 0; 0; 1; 1; 2; 5; 7. E então, Mister M adivinhou corretamente o algarismo que faltava. Qual foi o algarismo que Mister M adivinhou? E qual foi o truque?

PROBLEMA 3:

Existem em uma rua 17 casas numeradas, da primeira à ultima, com números naturais consecutivos. Um incêndio destruiu uma das casas e, com isto, a diferença entre a antiga média dos números das casas e a nova média foi de 0,25. Qual foi a casa queimada?

PROBLEMA 4:

Um trapézio $ABCD$ de bases BC e AD com $BC < AD$ é tal que $2 \cdot AB = CD$ e $\angle BAD + \angle CDA = 120^\circ$. Determine os ângulos do trapézio $ABCD$.