

**OLIMPÍADA ESTADUAL DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 1999**  
**2<sup>a</sup> FASE – 25 de Setembro de 1999**  
**NÍVEL 1 – 5<sup>a</sup>. e 6<sup>a</sup>. Séries**

**Instruções:**

- 1) A Prova consta de 4 questões discursivas, todas de igual valor.
- 2) Todas as soluções devem ser justificadas.
- 3) Se você conseguir apenas soluções parciais, não deixe de registrá-las assim mesmo.
- 4) A Prova tem a duração de 4 horas.
- 5) Não é permitido o uso de calculadora.

**PROBLEMA 1:**

Gustavo, Eduardo e Augusto disputam uma série de partidas de xadrez da seguinte maneira : dois deles jogam entre si e o vencedor joga com o que ficou de fora. Se o jogo terminar empatado, aquele que jogou com as peças brancas é considerado o perdedor. Ao final da série, Gustavo tinha jogado 15 partidas, Eduardo jogou 9 partidas e Augusto jogou 14 partidas. Quais foram os adversários na partida de número 13 ?

**PROBLEMA 2:**

Calcule o produto de todos os números naturais menores que 100 e que tenham exatamente três divisores. Mostre que este número é um quadrado perfeito.

**PROBLEMA 3:**

José criou uma seqüência de inteiros positivos segundo três regras. Começando com um inteiro positivo, ele aplica ao resultado a regra apropriada, dentre as abaixo relacionadas, e continua sempre desta forma.

**Regra 1 :** Se o inteiro for menor do que 10, multiplica-o por 9.

**Regra 2 :** Se o inteiro for par e maior do que 9, divide-o por 2.

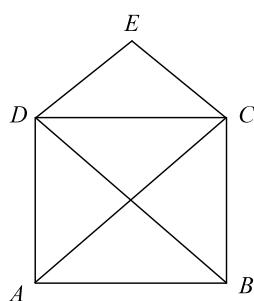
**Regra 3 :** Se o inteiro for ímpar e maior do que 9, dele subtrai 5.

Um exemplo de uma tal seqüência é 23, 18, 9, 81, 76, ...

Qual é o 1999º termo da seqüência que começa com 98, 49, ...?

**PROBLEMA 4:**

A Figura a seguir é formada pelos 5 pontos  $A, B, C, D, E$ , e pelos 8 segmentos  $AB, AC, AD, BC, BD, CD, CE, DE$ .



- a) Mostre que existe uma maneira de desenhar esta Figura, partindo de um dos 5 pontos, sem tirar o lápis do papel e sem percorrer mais de uma vez nenhum segmento.
- b) Explique por que, se acrescentarmos a exigência de que o desenho deva terminar no mesmo ponto em que começou, é impossível realizar tal desenho.