

OLIMPIÁDA ESTADUAL DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 1999
2ª FASE – 25 de Setembro de 1999
NÍVEL 1 – 5ª. e 6ª. Séries

Instruções:

- 1) *A Prova consta de 4 questões discursivas, todas de igual valor.*
- 2) *Todas as soluções devem ser justificadas.*
- 3) *Se você conseguir apenas soluções parciais, não deixe de registrá-las assim mesmo.*
- 4) *A Prova tem a duração de 4 horas.*
- 5) *Não é permitido o uso de calculadora.*

PROBLEMA 1:

Gustavo, Eduardo e Augusto disputam uma série de partidas de xadrez da seguinte maneira : dois deles jogam entre si e o vencedor joga com o que ficou de fora. Se o jogo terminar empatado, aquele que jogou com as peças brancas é considerado o perdedor. Ao final da série, Gustavo tinha jogado 15 partidas, Eduardo jogou 9 partidas e Augusto jogou 14 partidas. Quais foram os adversários na partida de número 13 ?

PROBLEMA 2:

Calcule o produto de todos os números naturais menores que 100 e que tenham exatamente três divisores. Mostre que este número é um quadrado perfeito.

PROBLEMA 3:

José criou uma seqüência de inteiros positivos segundo três regras. Começando com um inteiro positivo, ele aplica ao resultado a regra apropriada, dentre as abaixo relacionadas, e continua sempre desta forma.

Regra 1 : Se o inteiro for menor do que 10, multiplica-o por 9.

Regra 2 : Se o inteiro for par e maior do que 9, divide-o por 2.

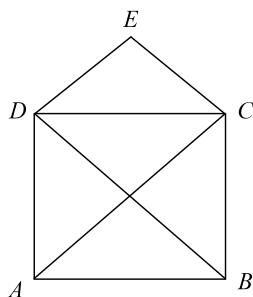
Regra 3 : Se o inteiro for ímpar e maior do que 9, dele subtrai 5.

Um exemplo de uma tal seqüência é 23, 18, 9, 81, 76, ...

Qual é o 1999º termo da seqüência que começa com 98, 49, ...?

PROBLEMA 4:

A Figura a seguir é formada pelos 5 pontos A , B , C , D , E , e pelos 8 segmentos AB , AC , AD , BC , BD , CD , CE , DE .



- a) Mostre que existe uma maneira de desenhar esta Figura, partindo de um dos 5 pontos, sem tirar o lápis do papel e sem percorrer mais de uma vez nenhum segmento.
- b) Explique por que, se acrescentarmos a exigência de que o desenho deva terminar no mesmo ponto em que começou, é impossível realizar tal desenho.